Inference at $*$ 1 1
of proof for Lemma add_functionality_wrt_le:

1. $i_1 : \mathbb{Z}$
2. $i_2 : \mathbb{Z}$
3. $j_2 : \mathbb{Z}$
4. $i_2 \leq j_2$

$\vdash \forall j_1{:}\mathbb{Z}.\ (i_1 \leq j_1) \Rightarrow ((i_1{+}i_2) \leq (j_1{+}j_2))$
by (RA (IntInd 1))

1:

1. $i_2 : \mathbb{Z}$
2. $j_2 : \mathbb{Z}$
3. $i_2 \leq j_2$
4. $i_1 : \mathbb{Z}$
5. $i_1 < 0$
6. $\forall j_1{:}\mathbb{Z}.\ ((i_1{+}1) \leq j_1) \Rightarrow ((i_1{+}1{+}i_2) \leq (j_1{+}j_2))$
7. $j_1 : \mathbb{Z}$
8. $i_1 \leq j_1$

$\vdash (i_1{+}i_2) \leq (j_1{+}j_2)$

2:

1. $i_2 : \mathbb{Z}$
2. $j_2 : \mathbb{Z}$
3. $i_2 \leq j_2$
4. $j_1 : \mathbb{Z}$
5. $0 \leq j_1$

$\vdash (0{+}i_2) \leq (j_1{+}j_2)$

3:

1. $i_2 : \mathbb{Z}$
2. $j_2 : \mathbb{Z}$
3. $i_2 \leq j_2$
4. $i_1 : \mathbb{Z}$
5. $0 < i_1$
6. $\forall j_1{:}\mathbb{Z}.\ ((i_1 - 1) \leq j_1) \Rightarrow (((i_1 - 1){+}i_2) \leq (j_1{+}j_2))$
7. $j_1 : \mathbb{Z}$
8. $i_1 \leq j_1$

$\vdash (i_1{+}i_2) \leq (j_1{+}j_2)$

.

---

http://www.nuprl.org/FDLcontent/p0_942988_/p121_77281_{add_functionality_wrt_le}1_1.html